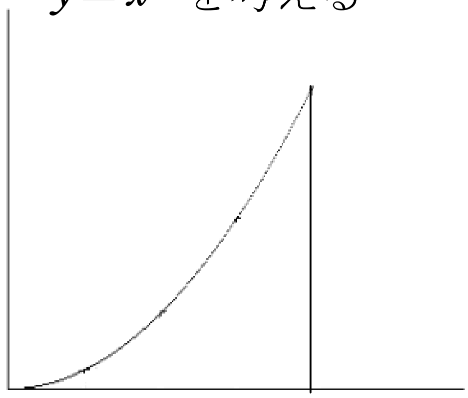
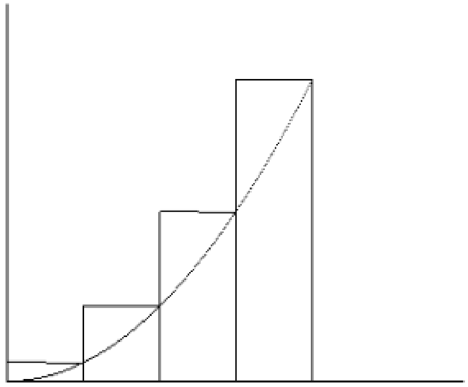
区分求積法　解説プリント（　）組（　）番　名前(　　　　　　　　　　　　　　)

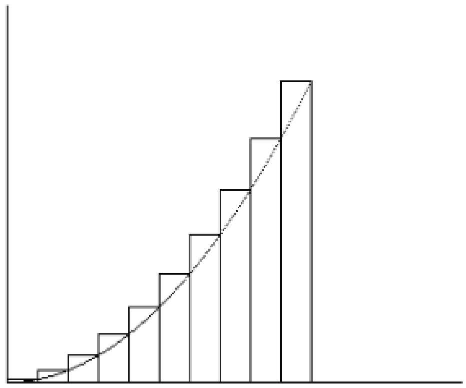
(i)　$y=x^2$ を考える



(ii)　4等分してみる

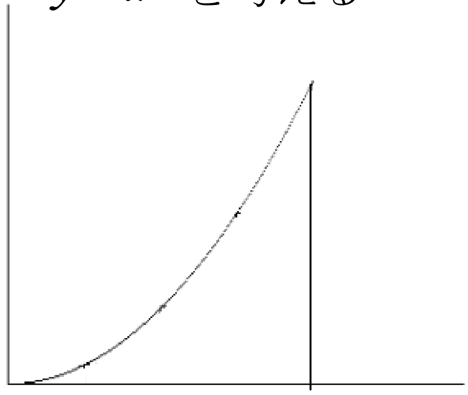


(iii)　n 等分してみる



区分求積法　解説プリント（　）組（　）番　名前（　　　　　　　　　　）

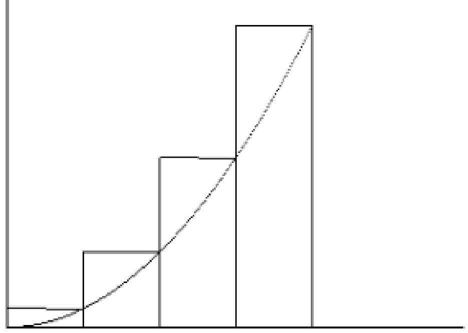
(i)　$y=x^2$ を考える



定積分で，面積を求めると

$$S=\int_0^1 x^2dx=\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1=\frac{1}{3}$$

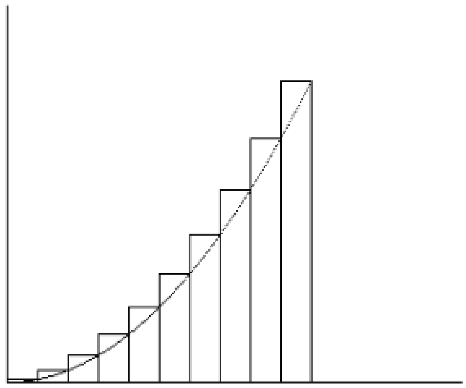
(ii)　4等分してみる



長方形部分の面積の和 S_4 を求めると

$$S_4=\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^2+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{4}{4}\right)^2$$
$$=\frac{1}{4}\cdot\left\{\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{2}{4}\right)^2+\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{4}{4}\right)^2\right\}$$
$$=\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{4}\left(\frac{k}{4}\right)^2$$

(iii)　n 等分してみる



長方形部分の面積の和 S_n を求めると

$$S_n=\frac{1}{n}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{1}{n}\cdot\left(\frac{2}{n}\right)^2+\cdots\cdots+\frac{1}{n}\cdot\left(\frac{n}{n}\right)^2$$
$$=\frac{1}{n}\cdot\left\{\left(\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{2}{n}\right)^2+\cdots\cdots+\left(\frac{n}{n}\right)^2\right\}$$
$$=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^2$$

ここで，$n\to\infty$ とすると，$S_n\to S$ に近づく

（分割を限りなく小さくすると，(i)の面積になる）

$$S=\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^2=\int_0^1 x^2dx$$